

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
29.11.2020

 <p>ΚΕΝΤΡΙΚΟ: Απ. Ανδρέα 64 Πλατεία Δημοκρατίας ΚΑΤΩ ΑΧΑΪΑ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΗΜΑ: Κορίνθου 224 & Αγ. Νικολάου ΠΑΤΡΑ url : www.dynami.gr e-mail : dynaxaia@yahoo.gr</p>	<p>ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:</p> <p>ΟΝΟΜΑ:.....</p> <p>ΕΠΩΝΥΜΟ:.....</p> <p style="text-align: right;">B4</p>
--	--

ΘΕΜΑ Α

A1.

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Το (-2,1) είναι λύση του συστήματος $\begin{cases} xy = -2 \\ x + y = 1 \end{cases}$
- ii. Οι συναρτήσεις f και $-f$ έχουν άξονα συμμετρίας τον $x'x$.
- iii. Η γραφική παράσταση μιας γνησίως αύξουσας συνάρτησης μπορεί να τέμνει τον άξονα $x'x$ σε δύο σημεία.
- iv. Αν η συνάρτηση $f: R \rightarrow R$ είναι περιττή, τότε $f(0)=0$.
- v. Αν $f(x) \geq f(x_0)$ για κάθε x_0 , τότε στο x_0 η f παρουσιάζει ελάχιστο.
- vi. Η γραφική παράσταση της $g(x)=f(x-2)$, προκύπτει αν μετατοπίσουμε την γραφική παράσταση της συνάρτησης f κατά 2 μονάδες προς τα αριστερά.

(Μονάδες 6)

A2.

Να λύσετε τα συστήματα :

1. $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = -2 \end{cases}$

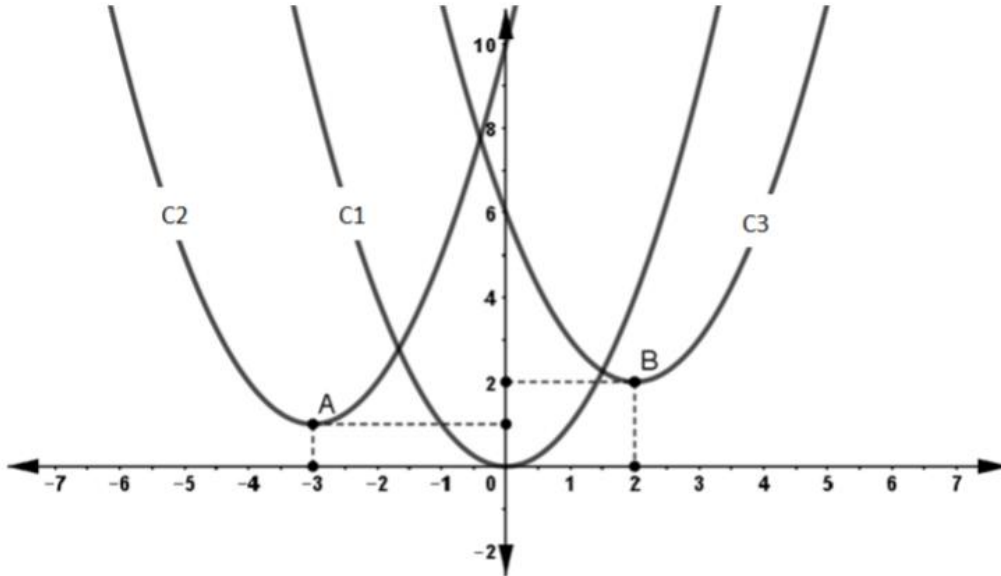
3. $|3x + 2y - 12| + |4x - 3y + 1| = 0$

4. $\begin{cases} \frac{5}{x} - \frac{2}{y} = 23 \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{23}{2} \end{cases}$

(Μονάδες 5 – 6 – 6 – 7)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g, h στο παρακάτω σχήμα :



Αν η C_i είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^4 + \beta x^2$.

1. Να βρείτε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
2. Αν η f διέρχεται από τα σημεία $\Gamma(2, 4)$ και $\Delta(1, 1)$ τότε να δείξετε ότι $\alpha=0$ και $\beta=1$.
3. Να αναφέρετε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης C_2 είναι γνησίως μονότονη καθώς και τα ακρότατά της.
4. Αν $h(x) = x^2 + 6x + 10$ και $g(x) = x^2 - 4x + 6$ είναι μετατοπίσεις της f να βρείτε ποιες από τις C_2, C_3 είναι οι γραφικές παραστάσεις των h και g και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4x5)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^3 + \lambda x$, με $x \in \mathbb{R}$ και $\lambda \in \mathbb{R}$, η οποία διέρχεται από το σημείο $M(-1, 4)$.

1. Να αποδείξετε ότι $\lambda = -3$.
2. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή.
3. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς την μονοτονία.
4. Να λύσετε την εξίσωση : $f(x^2 + 6) = f(5x)$
5. Να λύσετε την ανίσωση : $f(2x - 1) < 4$

(Μονάδες 5x5)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Να λυθεί για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ το σύστημα:
$$\begin{cases} (\lambda + 1)x + 8y = 4\lambda \\ \lambda x + (\lambda + 3)y = 3\lambda - 1 \end{cases}$$
 (Μονάδες 10)

Δ2.

Έστω συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, η οποία είναι γνησίως φθίνουσα και τέτοια, ώστε η γραφική της παράσταση να διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Θεωρούμε και τη συνάρτηση $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$g(x) = 2 + x + f(f(x)) \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

1. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$ για κάθε $x \in (-\infty, 0)$.
2. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση g είναι γνησίως αύξουσα.
3. Να λύσετε την ανίσωση $f(2 - g(x)) > 0$.

(Μονάδες 5-5-5)

ΟΔΗΓΙΕΣ :

1. **ΦΡΟΝΤΙΣΤΕ ΝΑ ΕΙΣΤΕ ΣΥΝΕΠΕΙΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΧΡΟΝΟ ΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ.**
2. **ΟΤΑΝ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΕΤΕ ΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΟΦΕΙΛΕΤΕ ΝΑ ΦΩΤΟΓΡΑΦΙΣΕΤΕ ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΝΑ ΤΙΣ ΑΠΟΣΤΕΙΛΕΤΕ ΤΟ ΣΥΝΤΟΜΟΤΕΡΟ ΔΥΝΑΤΟΝ ΣΤΟ EMAIL ΤΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΗ ΣΑΣ ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΘΑ ΒΡΕΙΤΕ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΠΟΥ ΣΑΣ ΔΟΘΗΚΑΝ. (ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΕΤΕ ΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ «CAM SCANNER»)**

EMAIL:
gazi_roula@hotmail.com
ΓΑΖΗ ΣΤΑΥΡΟΥΛΑ

Κάθε επιτυχία!!!!
Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες