

 <p>ΠΑΤΡΑ: Κορίνθου 224 & Αγ. Νικολάου τηλ. 2613021611 ΚΑΤΩ ΑΧΑΪΑ Πλατεία Δημοκρατίας τηλ. 2693025171</p>	<p>ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΚΥΡΙΑΚΗ 26.03.2021</p> <p>ΟΝΟΜΑ:.....</p> <p>ΕΠΩΝΥΜΟ:.....</p> <p>ΤΜΗΜΑ: A3</p>
--	---

ΘΕΜΑ Α:

A1. Έστω η εξίσωση 2ου βαθμού $ax^2 + bx + \gamma = 0$. Να αναφέρετε ότι γνωρίζετε για το πλήθος των ριζών της και σε κάθε περίπτωση να φτιάξετε τον πίνακα προσήμων.

(Μονάδες 5)

A2. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

- α) Αν η εξίσωση $ax = \beta$ είναι αδύνατη, τότε και η εξίσωση $\beta x = a$ είναι αδύνατη.
 β) Η διακρίνουσα της εξίσωσης $ax^2 + \beta x = 0$ είναι $\Delta = \beta^2 - 4a$.
 γ) Η ανίσωση $|7x - 13| \leq -4$ είναι αδύνατη.
 δ) Αν $a \neq 0$ και ισχύει ότι $ax^2 + \beta x + \gamma > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε θα ισχύει και $-ax^2 + \beta x - \gamma < 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
 ε) Αν ο v είναι φυσικός αριθμός τότε ισχύει η ισοδυναμία $x^v = a^v \Leftrightarrow x = a$.

(Μονάδες 10)

A3. Σε καθεμία από τις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

- α) Η παράσταση: $K = \sqrt{x^2 - 3x - 4} + \sqrt{-x^2 + 3x + 4}$ ορίζεται για τα x που ανήκουν στο διάστημα:
 Α. $[-1, 4]$ Β. $(-1, 4)$ Γ. $\{-1, 4\}$ Δ. \mathbb{R}
- β) Αν το τριώνυμο $x^2 + \beta x + \gamma$ έχει ρίζες το 4 και το ρ και επιπλέον η τιμή του τριωνύμου για $x=2$ είναι αρνητική, τότε ισχύει ότι:
 Α. $\rho < 2$ Β. $2 < \rho < 4$ Γ. $\rho > 4$ Δ. $\rho = 4$
- γ) Ποια από τις παρακάτω ανισώσεις αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$;
 Α. $|x+3| > 0$ Β. $|x+3| \geq -2$ Γ. $|x+3| \leq 0$ Δ. $|x+3| < -1$
- δ) Αν η ανίσωση $0x \leq \mu$ είναι αδύνατη, τότε η ανίσωση $\mu x < 3\mu$:
 Α. έχει λύσεις $x < 3$ Β. έχει λύσεις $x > 3$
 Γ. είναι αδύνατη Δ. αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$
- ε) Η εξίσωση 2ου βαθμού $ax^2 + \beta x + \gamma$ έχει ετερόσημες ρίζες τέτοιες ώστε η αρνητική να είναι απολύτως μεγαλύτερη όταν ισχύουν:
 Α. $\Delta \geq 0, P > 0$ Β. $\Delta \leq 0, P < 0, S > 0$
 Γ. $\Delta \geq 0, P < 0, S > 0$ Δ. $\Delta > 0, P < 0, S < 0$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β:

B1. α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο: $3x^2 - 2x - 1$

β) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες έχει νόημα η παράσταση:

$$A(x) = \frac{x-1}{3x^2-2x-1}$$

και στη συνέχεια να την απλοποιήσετε.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $|A(x)| = 1$

(Μονάδες 4-4-5)

- B2.** α) Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών:
 i) $|2x-3| \leq 5$ ii) $|2x-3| \geq 1$
 β) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι παραπάνω ανισώσεις.

(Μονάδες 8-4)

ΘΕΜΑ Γ:

Γ1. Δίνονται οι εξισώσεις:

$$\frac{(x-1)^2}{x-2} - \frac{2(2-x^2)}{x^2-2x} = \frac{2}{x} \quad (1) \quad \text{και} \quad \lambda(x+3-\lambda) = 6 - 2(\lambda-x) \quad (2)$$

- α) Να λύσετε την εξίσωση (1).
 β) Έστω ρ η μεγαλύτερη λύση της εξίσωσης (1). Να βρείτε το λ , ώστε η εξίσωση (2) να έχει μοναδική λύση το ρ .

(Μονάδες 6-5)

Γ2. Δίνονται οι εξισώσεις:

$$\lambda(\lambda x - 3) = 9(x+1) - (3-\lambda)(3+\lambda) \quad (1) \quad \text{και} \quad \mu^2(2x-1) = 2(4x-\mu) \quad (2)$$

- α) Να βρείτε για ποια τιμή του λ η εξίσωση (1) είναι αδύνατη.
 β) Να βρείτε για ποια τιμή του μ η εξίσωση (2) είναι ταυτότητα.
 γ) Αν $\lambda=3$ και $\mu=2$, να λύσετε την ανίσωση:

$$\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda x - 7}{12} < \mu(x-2) - \frac{5(\mu x - 5)}{6}$$

(Μονάδες 4-4-6)

ΘΕΜΑ Δ:

Δ1. Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 + (\lambda - 4)x - \lambda = 0 \quad (1)$

- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
 β) Έστω ότι το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης (1) είναι τριπλάσιο από το γινόμενο τους.
 i. Να αποδείξετε ότι $\lambda = -2$.
 ii. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1), να βρείτε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς x_1^2 και x_2^2 .

(Μονάδες 6-4-5)

Δ2. Θεωρούμε την εξίσωση: $x^2 - 2\lambda x + 2\lambda^2 - 4\lambda = 0 \quad (1)$, με $\lambda \in \mathbb{R}$

- α) Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες.
 β) Αν x_1 και x_2 είναι οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης (1), να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι: $x_1 x_2 > 2x_1 + 2x_2 - 6$

(Μονάδες 4-6)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. ΦΡΟΝΤΙΣΤΕ ΝΑ ΕΙΣΤΕ ΣΥΝΕΠΕΙΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΧΡΟΝΟ ΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ.
2. ΟΤΑΝ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΕΤΕ ΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΟΦΕΙΛΕΤΕ ΝΑ ΦΩΤΟΓΡΑΦΙΣΤΕ ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΝΑ ΤΙΣ ΑΠΟΣΤΕΙΛΕΤΕ ΤΟ ΣΥΝΤΟΜΟΤΕΡΟ ΔΥΝΑΤΟΝ ΣΤΟ Ε-MAIL ΤΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΗ ΣΑΣ ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΘΑ ΒΡΕΙΤΕ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΠΟΥ ΣΑΣ ΔΟΘΗΚΑΝ. (ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΕΤΕ ΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ «CAM SCANNER»)



E-MAIL:

mgigourtakis@gmail.com

Μιχάλης Γιγουρτάκης

Καλό γράψιμο!!!
 Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες